

Mathematik II**Arbeitsblatt 41****Aufwärmaufgaben**

AUFGABE 41.1. Seien $v, w \in \mathbb{R}^n$. Bestimme die Länge der affin-linearen Kurve

$$[a, b] \longrightarrow \mathbb{R}^n, t \longmapsto tv + w.$$

AUFGABE 41.2. Sei

$$f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}^n$$

eine Kurve und $c \in [a, b]$. Zeige, dass f genau dann rektifizierbar ist, wenn die beiden Einschränkungen von f auf $[a, c]$ und auf $[c, b]$ rektifizierbar sind, und dass in diesem Fall

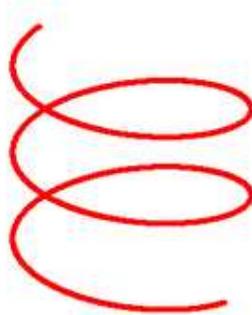
$$L_a^b(f) = L_a^c(f) + L_c^b(f)$$

gilt.

AUFGABE 41.3. Bestimme die Länge der differenzierbaren Kurve

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, x \longmapsto x^3 - 5x^2 + 3x - 2,$$

von -5 nach 5 .



AUFGABE 41.4. Bestimme die Länge der durch

$$\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3, t \longmapsto (\cos t, \sin t, t),$$

gegebenen *Sraubenlinie* für t zwischen 0 und b , wobei $b \in \mathbb{R}_{>0}$.

AUFGABE 41.5. Wir betrachten die Kurve

$$\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2, t \longmapsto (t^2 - 1, t^3 - t).$$

a) Zeige, dass die Bildpunkte (x, y) der Kurve die Gleichung

$$y^2 = x^2 + x^3$$

erfüllen.

b) Zeige, dass jeder Punkt $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ mit $y^2 = x^2 + x^3$ zum Bild der Kurve gehört.

c) Zeige, dass es genau zwei Punkte t_1 und t_2 gibt mit identischem Bildpunkt, und dass ansonsten die Abbildung injektiv ist.

AUFGABE 41.6. Bestimme die Länge der Neilschen Parabel

$$\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2, t \longmapsto (t^2, t^3),$$

von 0 bis b , wobei $b \in \mathbb{R}_{>0}$.

AUFGABE 41.7. Bestimme die Länge des Graphen des cosinus hyperbolicus $\cosh t$ von a nach b .

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 41.8. (3 Punkte)

Es sei $[a, b]$ ein kompaktes Intervall und

$$f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}^n$$

eine Abbildung. Zeige, dass f genau dann rektifizierbar ist, wenn sämtliche Komponentenfunktionen rektifizierbar sind.

AUFGABE 41.9. (3 Punkte)

Bestimme die Länge der differenzierbaren Kurve

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3, t \longmapsto \left(\frac{t^3}{3}, \frac{4t^5}{5}, \frac{4t^7}{7} \right),$$

von a nach b .

AUFGABE 41.10. (4 Punkte)

Bestimme die Länge der Schleife der differenzierbaren Kurve (siehe Aufgabe 41.5)

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2, t \longmapsto (t^2 - 1, t^3 - t).$$

AUFGABE 41.11. (5 Punkte)

Bestimme die Länge des Graphen der Exponentialfunktion $\exp t$ von a nach b .

Abbildungsverzeichnis

Quelle = Helix2.png, Autor = Benutzer Siebrand auf nl Wikipedia,
Lizenz = CC-by-sa 3.0

1