

Mathematik II**Arbeitsblatt 34****Aufwärmaufgaben**

AUFGABE 34.1. Bestimme die Partialbruchzerlegung von $\frac{3X^5+4X^4-2X^2+5X-6}{X^3}$.

AUFGABE 34.2. Es sei K ein Körper und seien $S, Q \in K[X]$ zwei Polynome mit $\text{grad}(Q) \geq 1$. Zeige, dass es ein $n \in \mathbb{N}$ und eine eindeutige Darstellung

$$S = R_0 + R_1Q + R_2Q^2 + \dots + R_nQ^n$$

mit Polynomen R_j vom Grad $< \text{grad}(Q)$ gibt.

AUFGABE 34.3. Bestimme die Koeffizienten in der Partialbruchzerlegung in Beispiel 34.6 durch Einsetzen von einigen Zahlen für X .

AUFGABE 34.4. Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von $\frac{1}{X^2(X^2+1)}$.

AUFGABE 34.5. Bestimme die komplexe Partialbruchzerlegung von $\frac{1}{X^3-1}$.

AUFGABE 34.6. Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von $\frac{1}{X^3(X-1)^3}$.

AUFGABE 34.7. Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von $\frac{X^3+4X^2+7}{X^2-X-2}$.

AUFGABE 34.8. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{1}{x^2+5}.$$

AUFGABE 34.9. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{1}{x^2-5}.$$

AUFGABE 34.10. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{1}{2x^2 + x - 1}.$$

AUFGABE 34.11. Es sei

$$f : [a, b] \longrightarrow [c, d]$$

eine bijektive, stetig differenzierbare Funktion. Man beweise die Formel für die Stammfunktion der Umkehrfunktion, indem man für das Integral

$$\int_a^b f^{-1}(y) dy$$

die Substitution $y = f(x)$ durchführt und danach partiell integriert.

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 34.12. (4 Punkte)

Schreibe die rationale Funktion

$$\frac{2x^3 - 4x^2 + 5x - 1}{4x + 3}$$

in der neuen Variablen $u = 4x + 3$. Berechne die Stammfunktion über die reelle Partialbruchzerlegung und über die Substitution $u = 4x + 3$.

AUFGABE 34.13. (4 Punkte)

Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von $\frac{1}{X^4-1}$.

AUFGABE 34.14. (4 Punkte)

Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von $\frac{1}{X(X-1)(X-2)(X-3)}$.

AUFGABE 34.15. (4 Punkte)

Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von $\frac{X^7+X^4-5X+3}{X^8+X^6-X^4-X^2}$.

AUFGABE 34.16. (4 Punkte)

Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{1}{1+x^4}.$$

AUFGABE 34.17. (5 Punkte)

Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{3x - 5}{(x^2 + 2x + 7)^2}.$$

AUFGABE 34.18. (1 Punkt)

Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{7x^6 - 18x^5 + 8x^3 - 9x^2 + 2}{x^7 - 3x^6 + 2x^4 - 3x^3 + 2x - 5}.$$