

Elemente der Algebra

Arbeitsblatt 28

Übungsaufgaben

AUFGABE 28.1.*

Zeige, dass es auf dem Einheitskreis unendlich viele konstruierbare Punkte gibt.

AUFGABE 28.2.*

Zeige, dass das Polynom

$$X^3 - 3X - 1$$

über \mathbb{Q} irreduzibel ist.

AUFGABE 28.3. Bestimme für alle $n \leq 30$, ob das regelmäßige n -Eck mit Zirkel und Lineal konstruierbar ist oder nicht.

AUFGABE 28.4. Gib eine Liste aller natürlichen Zahlen n zwischen 100 und 200 mit der Eigenschaft, dass das regelmäßige n -Eck mit Zirkel und Lineal konstruierbar ist.

AUFGABE 28.5. Konstruiere mit Zirkel und Lineal ein regelmäßiges Zwölfeck.

AUFGABE 28.6. Welche der Winkel

$$10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, \dots, 350^\circ$$

sind mit Zirkel und Lineal konstruierbar?

AUFGABE 28.7.*

Es sei n eine zu 360 teilerfremde natürliche Zahl. Zeige, dass der Winkel n° nicht mit Zirkel und Lineal konstruierbar ist.

AUFGABE 28.8.*

Man gebe einen Winkel a° , $0 < a < 1$, an, der mit Zirkel und Lineal konstruierbar ist.

AUFGABE 28.9. Es sei β ein Winkel, der durch zwei konstruierbare (Halb-)Geraden durch den Nullpunkt gegeben ist. Zeige, dass die Drehung um den Nullpunkt um den Winkel β konstruierbare Punkte in konstruierbare Punkte überführt.

AUFGABE 28.10.*

Es sei $P \in \mathbb{R}^2$ und

$$\varphi: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

eine Drehung um den Drehpunkt P um den Winkel β , $0^\circ < \beta < 360^\circ$, mit der Eigenschaft, dass konstruierbare Punkte in konstruierbare Punkte überführt werden.

- Zeige, dass P ein konstruierbarer Punkt ist.
- Zeige, dass der Drehwinkel β in dem Sinne konstruierbar ist, dass er als Winkel zwischen zwei konstruierbaren Geraden realisiert werden kann.

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 28.11. (2 Punkte)

Beweise die Formel

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

aus den Additionstheoremen für die trigonometrischen Funktionen.

AUFGABE 28.12. (5 Punkte)

Es sei $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl, für die das regelmäßige n -Eck mit Zirkel und Lineal konstruierbar sei. Es sei eine Strecke S durch zwei Punkte $P, Q \in E$ gegeben. Konstruiere mit Zirkel und Lineal ein regelmäßiges n -Eck R derart, dass S eine der Kanten von R wird.

Tipp: Aufgabe 25.15 kann helfen.

AUFGABE 28.13. (4 Punkte)

Welche der Winkel

$$1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ, \dots, 10^\circ$$

sind mit Zirkel und Lineal konstruierbar?