

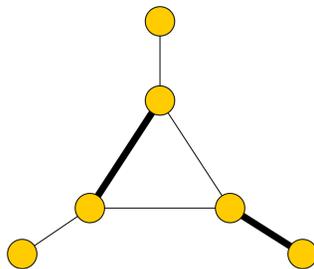
Diskrete Mathematik

Arbeitsblatt 21

Übungsaufgaben

AUFGABE 21.1. Zeige, dass ein Graph, bei dem der Minimalgrad und der Maximalgrad gleich 2 ist, ein Rundgang sein muss.

AUFGABE 21.2. Finde im abgebildeten Graphen (mit der abgebildeten nicht optimalen Paarung P und einer optimalen Paarung Q) den im Satz von Berge postulierten alternierenden Weg und die dazugehörige optimale Paarung.

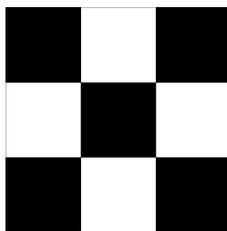


AUFGABE 21.3.*

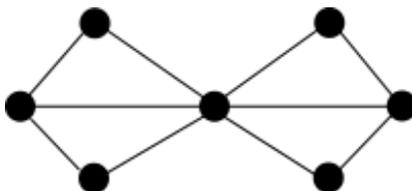
Zeige, dass man im Satz von Berge nicht darauf verzichten kann, dass die Endpunkte der alternierenden Wege verschieden sind.

AUFGABE 21.4. Es sei $G = (V, E)$ ein Graph und $W \subseteq V$ eine Teilmenge der Knotenmenge. Zeige, dass W genau dann eine Knotenüberdeckung von G ist, wenn $E \subseteq \mathfrak{P}_2(W)$ gilt.

AUFGABE 21.5. Bestimme die Knotenüberdeckungszahl zum Spielzuggraphen des Königs auf einem 3×3 -Schachbrett.



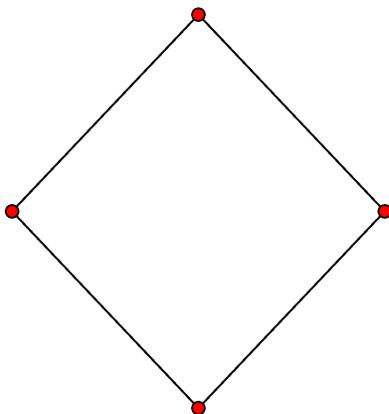
AUFGABE 21.6. Bestimme die Knotenüberdeckungszahl des abgebildeten Graphen.



AUFGABE 21.7. Bestimme zu einem linearen Graphen der Länge n die maximale Anzahl an Knoten in einer minimalen Knotenüberdeckung.

AUFGABE 21.8. Charakterisiere diejenigen Graphen, deren Knotenüberdeckungszahl gleich 1 ist.

AUFGABE 21.9. Zeige, dass im abgebildeten Graphen jede minimale Knotenüberdeckung optimal ist.



AUFGABE 21.10. Es sei $G = (V, E)$ ein bipartiter Graph mit einer Zerlegung $V = A \uplus B$. Zeige, dass die Knotenüberdeckungszahl von G durch das Minimum der Anzahl von A und der Anzahl von B beschränkt ist.

AUFGABE 21.11. Bestimme die Knotenüberdeckungszahl des Potenzmengengraphen zu einer dreielementigen Menge.

AUFGABE 21.12.*

Wir betrachten Graphen

$$G = S(n_1, n_2, \dots, n_k)$$

von der folgenden Bauart: Es gibt ein Zentrum z , an das k lineare Graphen (Strahlen) der Länge n_1, n_2, \dots, n_k anliegen. Ansonsten gibt es keine weiteren Kanten.

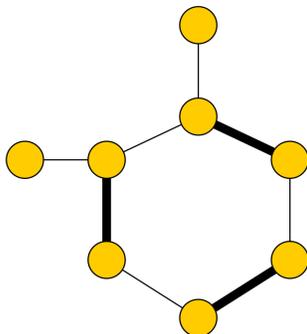
- (1) Skizziere einen solchen Graphen für $k = 5$ und

$$(n_1, n_2, n_3, n_4, n_5) = (2, 3, 1, 3, 4).$$

- (2) Erstelle eine Formel für die Anzahl der Knoten und die Anzahl der Kanten von G .
 (3) Beschreibe eine minimale Knotenüberdeckung von G , die z enthält, und eine minimale Knotenüberdeckung, die z nicht enthält.
 (4) Bestimme die Knotenüberdeckungszahl von G .

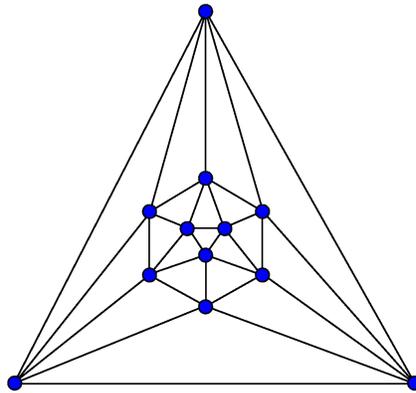
Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 21.13. (3 Punkte)



Finde im abgebildeten Graphen (mit der abgebildeten nicht optimalen Paarung P und einer optimalen Paarung Q) den im Satz von Berge postulierten alternierenden Weg und die dazugehörige optimale Paarung.

AUFGABE 21.14. (3 Punkte)



Bestimme die Knotenüberdeckungszahl des abgebildeten Graphen.

AUFGABE 21.15. (2 Punkte)

Bestimme die Knotenüberdeckungszahl des vollständigen Graphen K_n .

AUFGABE 21.16. (2 Punkte)

Bestimme die Knotenüberdeckungszahl des Potenzmengengraphen zu einer vierelementigen Menge.

Abbildungsverzeichnis

Quelle = Blossom Counter.svg , Autor = Benutzer auf Commons, Lizenz =	1
Quelle = Clubagroup official insignia.jpg , Autor = Benutzer Skull and Bones somewhat inspired auf Commons, Lizenz = CC-by-sa 3.0	2
Quelle = Cograph g5.png , Autor = Benutzer Shager commonswiki auf Commons, Lizenz = CC-by-sa 3.0	2
Quelle = 2-cube.svg , Autor = Benutzer auf Commons, Lizenz =	3
Quelle = Blossoms can't be ignored.svg , Autor = Benutzer auf Commons, Lizenz =	4
Quelle = Icosahedron graph.svg , Autor = Benutzer Shager commonswiki auf Commons, Lizenz = CC-by-sa 3.0	4
Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von http://commons.wikimedia.org) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz.	5
Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt.	5