

Diskrete Mathematik

Arbeitsblatt 19

Übungsaufgaben

AUFGABE 19.1. Erstelle die Adjazenzmatrix zum Sterngraphen mit 4 Blättern.

AUFGABE 19.2. Skizziere den Graphen zur Adjazenzmatrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

AUFGABE 19.3. Bestimme die ℓ -te Potenz zur Adjazenzmatrix eines vollständigen Graphen mit n Knotenpunkten.

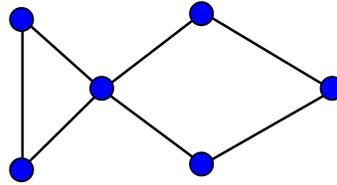
AUFGABE 19.4. Bestimme zu jedem Graphen mit drei Knotenpunkten das charakteristische Polynom und die Eigenwerte.

AUFGABE 19.5. Bestimme zu einem linearen Graphen das charakteristische Polynom und die Eigenwerte.

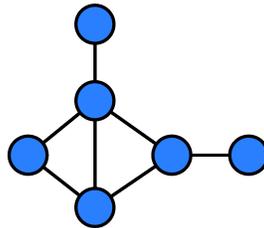
AUFGABE 19.6. In einem Sterngraphen mit n Blättern sei zu Beginn ein Gerücht mit der Stärke 1 im Zentrum platziert. Wie sieht die Gerüchteverteilung nach ℓ Weitergabevorgängen aus?

AUFGABE 19.7. Berechne in Beispiel 19.14 die Determinante zu allen Streichungsmatrizen der Laplace-Matrix.

AUFGABE 19.8. Bestimme die Anzahl der Spannbäume des abgebildeten Graphen mit Hilfe von Satz 19.15.



AUFGABE 19.9. Bestimme die Anzahl der Spannbäume des abgebildeten Graphen mit Hilfe von Satz 19.15.



AUFGABE 19.10.*

Bestimme die Anzahl der Spannbäume des vollständigen Graphen zu 4 Punkten mit Hilfe des Satzes von Kirchhoff.

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 19.11. (3 Punkte)

Es sei $G = (V, E)$ ein Graph mit zugehöriger Adjazenzmatrix A . Es sei $\pi: V \rightarrow V$ eine Permutation der Knotenmenge V in sich mit der zugehörigen Permutationsmatrix M_π . Zeige, dass π genau dann ein Automorphismus ist, wenn

$$A = M_\pi A M_\pi^{-1}$$

gilt.

AUFGABE 19.12. (3 Punkte)

Es sei $G = (V, E)$ ein Graph und A die Adjazenzmatrix, D die Gradmatrix und I die Inzidenzmatrix von G . Zeige, dass der Zusammenhang

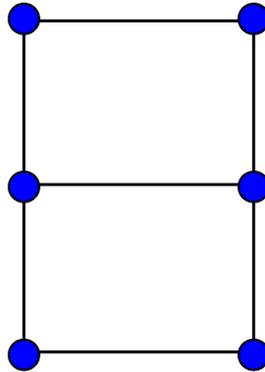
$$I \cdot I^{\text{tr}} = A + D$$

besteht.

AUFGABE 19.13. (3 Punkte)

Bestimme zum Sterngraph mit drei Blättern das charakteristische Polynom und die Eigenwerte.

AUFGABE 19.14. (4 Punkte)



Bestimme die Anzahl der Spannbäume des abgebildeten Graphen mit Hilfe von Satz 19.15.

AUFGABE 19.15. (5 Punkte)

Beweise Aufgabe 18.18 mit Satz 19.15.

Abbildungsverzeichnis

Quelle = Fish graph.svg , Autor = Benutzer Koko90 auf Commons, Lizenz = CC-by-sa 3.0	2
Quelle = Identity graph2.svg , Autor = Benutzer Hikin1987 auf Commons, Lizenz = gemeinfrei	2
Quelle = Domino graph.svg , Autor = Benutzer Koko90 auf Commons, Lizenz = CC-by-sa 3.0	3
Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von http://commons.wikimedia.org) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz.	5
Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt.	5