

## Diskrete Mathematik

### Arbeitsblatt 16

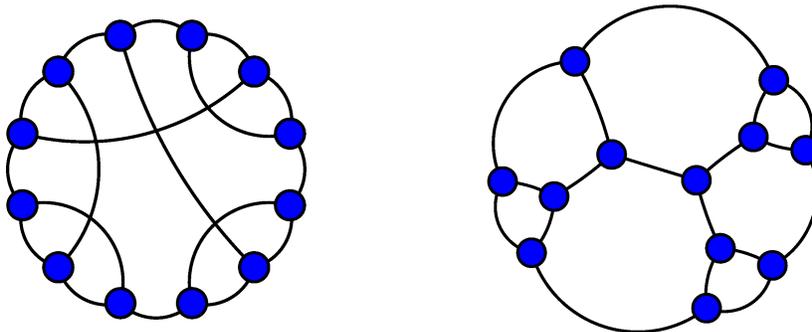
### Übungsaufgaben

AUFGABE 16.1. Es sei  $S \subseteq T$  eine Teilmenge. Zeige, dass durch die natürliche Inklusion  $\mathfrak{P}(S) \subseteq \mathfrak{P}(T)$  der Potenzmengengraph zu  $S$  ein voller Untergraph zum Potenzmengengraph von  $T$  ist.

AUFGABE 16.2. Zeige, dass eine Hintereinanderschaltung von Graphhomomorphismen wieder ein Graphhomomorphismus ist.

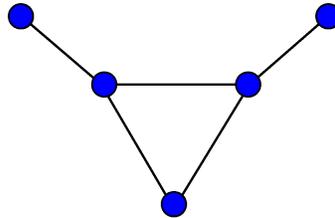
AUFGABE 16.3. Bringe die drei Interpretationen eines U-Bahn-Netzes aus Beispiel 15.5 mit dem Konzept Untergraph in Verbindung.

AUFGABE 16.4. Beschreibe zeichnerisch einen Isomorphismus zwischen den beiden gezeigten Graphen.



AUFGABE 16.5. Skizziere den Kantengraphen zum vollständigen Graphen  $K_4$

AUFGABE 16.6. Skizziere den Kantengraphen zu dem abgebildeten Graphen.



AUFGABE 16.7. Es sei  $G = (V, E)$  ein Graph,  $M$  eine Menge und  $\varphi: G \rightarrow M$  eine Abbildung. Zeige, dass  $\varphi$  ein schwacher Homomorphismus von Graphen ist, wenn man  $M$  mit der Struktur des Bildgraphen versieht.

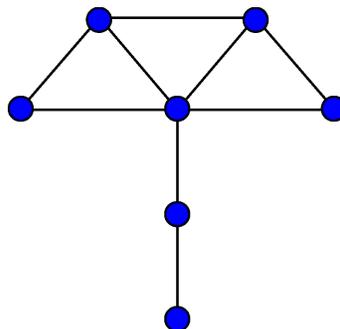
AUFGABE 16.8. Bestimme die Automorphismengruppen sämtlicher Graphen mit drei Knotenpunkten.

AUFGABE 16.9. Bestimme die Automorphismengruppen sämtlicher Graphen mit vier Knotenpunkten.

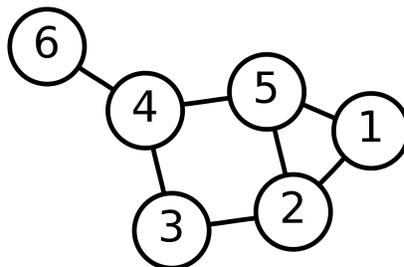
AUFGABE 16.10. Bestimme die Automorphismengruppen sämtlicher Graphen mit fünf Knotenpunkten.

AUFGABE 16.11. Man gebe einen nichttrivialen Graphen mit trivialer Automorphismengruppen und minimaler Knotenzahl an.

AUFGABE 16.12. Bestimme die Automorphismengruppe des abgebildeten Graphen.



AUFGABE 16.13. Bestimme die Automorphismengruppe des abgebildeten Graphen.



AUFGABE 16.14. Beschreibe einen Graphen, dessen Automorphismengruppe gleich  $\mathbb{Z}/(3)$  ist.

AUFGABE 16.15. Zeige, dass es im dreidimensionalen Würfelgraphen Graphautomorphismen gibt, die nicht durch eine geometrische Drehung des Würfels realisierbar sind.

AUFGABE 16.16.\*

Es sei  $G$  ein Graph und  $K$  der zugehörige Kantengraph.

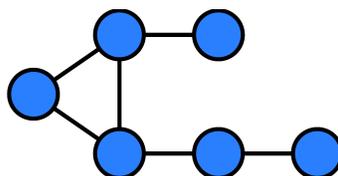
- (1) Zeige, dass es einen natürlichen Gruppenhomomorphismus

$$\Psi: \text{Aut } G \longrightarrow \text{Aut } K$$

gibt.

- (2) Zeige, dass die Abbildung  $\Psi$  nicht injektiv sein muss.  
 (3) Zeige, dass die Abbildung  $\Psi$  nicht surjektiv sein muss.

AUFGABE 16.17. Zeige, dass der abgebildete Graph starr ist.

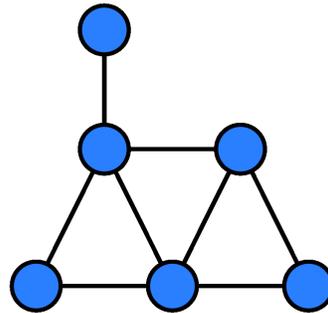


## Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 16.18. (5 Punkte)

Zeige, dass sich jeder Graph als voller Untergraph eines Potenzmengengraphen realisieren lässt.

AUFGABE 16.19. (2 Punkte)



Skizziere den Kantengraphen zu dem abgebildeten Graphen.

AUFGABE 16.20. (2 Punkte)

Es seien  $G$  und  $H$  isomorphe Graphen. Zeige, dass die zugehörigen Automorphismengruppen ebenfalls isomorph sind.

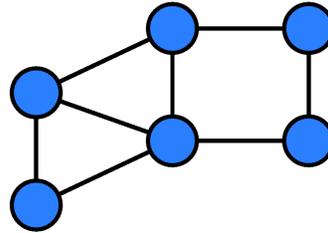
AUFGABE 16.21. (2 Punkte)

Zeige, dass ein Graph  $G$  und sein komplementärer Graph  $G^c$  isomorphe Automorphismengruppen besitzen.

AUFGABE 16.22. (3 Punkte)

Bestimme die Automorphismengruppe eines Rundganges mit  $n$  Knotenpunkten.

AUFGABE 16.23. (2 Punkte)



Zeige, dass der abgebildete Graph starr ist.

AUFGABE 16.24. (2 (1+1) Punkte)

- (1) Zeige, dass ein homogener Graph regulär ist.
- (2) Man gebe ein Beispiel für einen regulären Graphen, der nicht homogen ist.



## Abbildungsverzeichnis

Quelle = Frucht Lombardi.svg , Autor = Benutzer David Eppstein auf Commons, Lizenz = Public domain	1
Quelle = Frucht planar Lombardi.svg , Autor = Benutzer David Eppstein auf Commons, Lizenz = Public domain	1
Quelle = Bull graph.circo.svg , Autor = Benutzer Koko 90 auf Commons, Lizenz = CC-by-sa 3.0	2
Quelle = Parapluie graph.svg , Autor = Benutzer Koko 90 auf Commons, Lizenz = CC-by-sa 3.0	2
Quelle = 6n-graf.svg , Autor = Benutzer Chris-martin, AzaToth auf Commons, Lizenz = public domain	3
Quelle = Identity graph1.svg , Autor = Benutzer Hikin1987 auf Commons, Lizenz = gemeinfrei	3
Quelle = Identity graph5.svg , Autor = Benutzer Hikin1987 auf Commons, Lizenz = Public domain	4
Quelle = Identity graph7.svg , Autor = Benutzer Hikin1987 auf Commons, Lizenz = gemeinfrei	5
Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <a href="http://commons.wikimedia.org">http://commons.wikimedia.org</a> ) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz.	7
Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt.	7